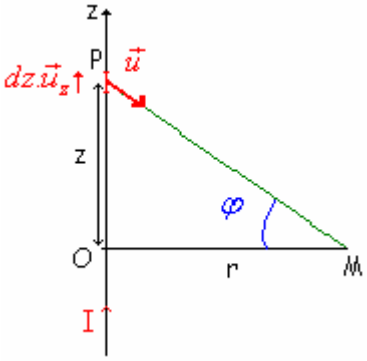
Application : Calcul de champ $\vec{B}$

I Fil rectiligne infini



Fil infini, confondu avec l'axe Oz parcouru par un courant d'intensité I.

On cherche $\vec{B}(M)$

On utilise les coordonnées cylindriques.

Invariances : par translation et rotation d'axe z ➔ $\vec{B}(M) = \vec{B}(r)$

Symétries : par le plan P contenant l'axe Oz et le point M ➔ $\vec{B}(M) = B(M).\vec{u}_\theta \perp P$

Antisymétrie par le plan Π orthogonal à Oz et passant par M ➔ $\vec{B}(M) \in \Pi$

Soit : $\vec{B}(M) = \vec{B}(r)\vec{u}_\theta$

L'élément de courant $I.dz.\vec{u}_z$ *crée en M le champ* :

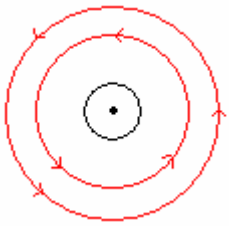
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idz.\vec{u}_z \wedge \vec{u}}{PM^2}$$

Après projection selon θ , $d\vec{B}_\theta = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\cos\theta}{PM^2}dz$

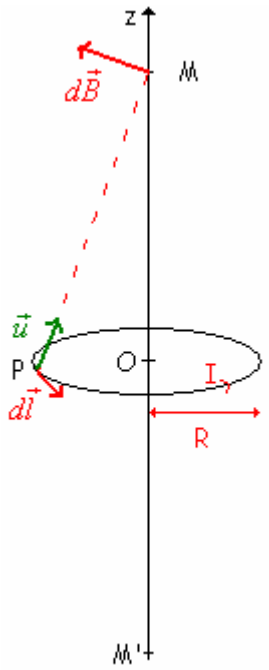
On intègre selon θ , on fait attention au dz à exprimer en fonction de $d\theta$ et au PM^2.

$$B_\theta(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Allure des lignes de champ : Fil vu de dessus :
Les lignes de champ sont des cercles (elles sont fermées)



II Spires circulaires de rayon R



Spire circulaire de rayon R, d'axe Oz, parcourue par un courant d'intensité I.

Calculons $\vec{B}(M)$.

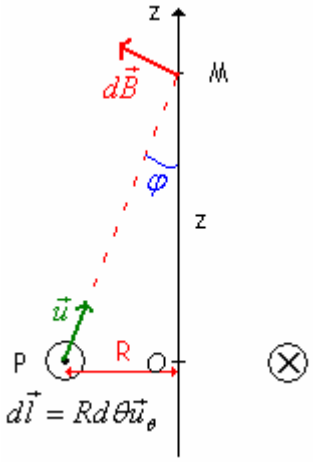
Invariances : par rotation d'axe Oz

Symétrie : tous les plans d'axe Oz sont des plans d'antisymétrie ➔ $\vec{B}(M) = B(M).\vec{u}_z$

Soit M' le symétrique de M par rapport au plan se la spire : plan de symétrie

➔ $\vec{B}(M') = -sym(\vec{B}(M)) = \vec{B}(M)$

L'axe Oz est une ligne de champ.



L'élément de courant $IRd\theta.\vec{u}_\theta$ *crée en M le champ :*

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{IRd\theta.\vec{u}_\theta \wedge \vec{u}}{PM^2}$$

On projette sur l'axe z

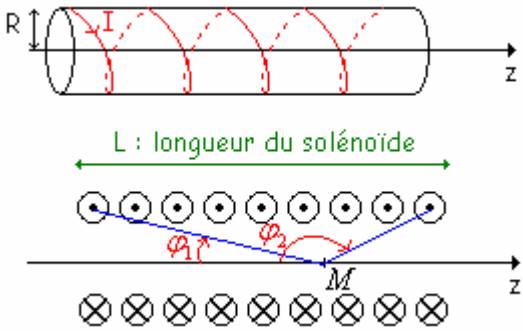
$$dB_z = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\sin^3\varphi d\theta$$

Après intégration suivant θ *:*

$$B_z(M) = \frac{\mu_0 I}{2R}\sin^3\varphi$$

(Super classique !)

III Solénoïde circulaire



On considère un solénoïde constitué de spires circulaires jointives enroulées sur un cylindre d'axe Oz.

n : nombre de spires par unité de longueur.

On part du résultat pour une spire et on intègre suivant θ.

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 nI}{2}\left(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2\right)\vec{u}_z$$

Dans le cas d'un solénoïde infini, on intègre suivant θ de 0 à π.

Et $\vec{B}(M) = \mu_0 nI.\vec{u}_z$